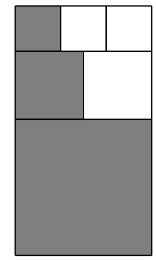
Математически турнир „Иван Салабашев“, 2012 г.

Решения на задачите от темата за 6. клас

1. Ако $a \heartsuit b = a - b + a.b$, на колко е равно $20 \heartsuit (-2)$? **А)** -22 **Б)** -18 **В)** -2 **Г)** 0

Отговор: Б. $20 \heartsuit (-2) = 20 - (-2) + 20(-2) = 22 - 40 = -18$.

2. Правоъгълникът на чертежа е съставен от квадрати, най-малкият от които има страна 4 см. Каква част от правоъгълника е оцветена?



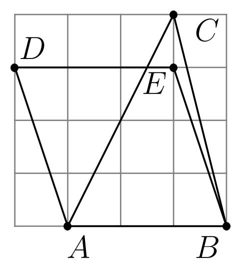
А) $\frac{1}{2}$ **Б)** $\frac{8}{11}$ **В)** $\frac{5}{6}$ **Г)** $\frac{49}{66}$

Отговор: Г. Страната на най-големия квадрат е 12, а на средния е 6. Търсеното отношение е $\dfrac{4^2+6^2+12^2}{12.(4+6+12)} = \dfrac{49}{66}$.

3. Колко са числата от вида $\overline{3a78c}$, които се делят на 45? **А)** 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** 4

Отговор: В. При $c = 0$ от признака за 9 получаваме две числа, 30780 и 39780, а при $c = 5$ само числото 34785.

4. В квадратна мрежа са начертани триъгълник и успоредник. Ако лицето на триъгълника ABC е 72 кв.см, колко квадратни сантиметра е лицето на успоредника $ABED$?



А) 108 **Б)** 96 **В)** 81 **Г)** 54

Отговор: А. Тъй като $S_{ABC} = \frac{1}{2}.3.4 = 6$ кв.ед., то 1 кв.ед.$= 72 : 6 = 12$ кв.см. Тогава $S_{ABED} = 3.3 = 9$ кв.ед. $= 9.12 = 108$ кв.см.

5. Изразът $\dfrac{(3^2)^3.8^3}{288^2}$ е равен на: **А)** 1,5 **Б)** 4,5 **В)** $\frac{9}{8}$ **Г)** 1

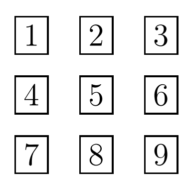
Отговор: Б. $\dfrac{(3^2)^3.8^3}{288^2} = \dfrac{3^6.2^9}{2^{10}.3^4} = \dfrac{9}{2} = 4,5$.

6. В гаража на Емо 70% от колите бяха червени. Той си купи още 4 червени коли и така червените коли станаха 75%. Колко от колите на Емо не са червени?

А) 18 **Б)** 12 **В)** 9 **Г)** 6

Отговор: Г. Ако отначало Емо е имал x коли, нечервените са $30\%x = 25\%(x+4)$. Оттук $x = 20$ и нечервените коли са $30\%.20 = 6$.

7. По колко начина Петър може да избере 5 от деветте картончета така, че сборът от числата на никои две от тях да не е 10?



А) 5 **Б)** 8 **В)** 12 **Г)** 16

Отговор: Г. Петър трябва да избере едно от числата 1 и 9, едно от числата 2 и 8, едно от числата 3 и 7, едно от числата 4 и 6 и числото 5. Това става по $2.2.2.2.1 = 16$ начина.

8. В редичка са записани няколко числа, първото от които е 19. Всяко следващо число се получава, като предишното се увеличи с 1 или се раздели на 2 или се раздели на 3. (Например, след 12 може да се запише 13, 6 или 4.) Последното число в редичката е 1. Колко най-малко числа има в тази редичка? **А)** 7 **Б)** 8 **В)** 9 **Г)** 10

Отговор: А. Редичка със 7 числа е $19, 20, 10, 5, 6, 3, 1$.

9. Семейство Колеви включва майка, баща и няколко деца. Средната възраст на семейството е 21, бащата е на 49 години, средната възраст на майката и децата е 14. Колко са децата в семейството? **А)** 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** 4

Отговор: В. Ако децата са n на брой, сборът от годините на всички членове на семейството е $21(n+2) = 21n+42$. Сборът от годините на майката и децата е $14(n+1) = 14n+14$. Получаваме равенството $21n + 42 = 49 + 14n + 14$ и намираме $n = 3$.

10. В един клас някои ученици винаги казват истината, някои винаги лъжат, а останалите понякога лъжат и понякога казват истината. На въпроса *Колко от вас винаги казват истината?* те дали следните отговори:

5, 6, 2, 3, 4, 6, 3, 6, 4, 4, 6, 5, 4, 4 и 6.

Колко от учениците винаги казват истината? **А)** 2 **Б)** 3 **В)** 4 **Г)** 5

Отговор: В. Ако n ученици казват истината, поне n от отговорите трябва да са n. Това условие е изпълнено само при $n = 4$.

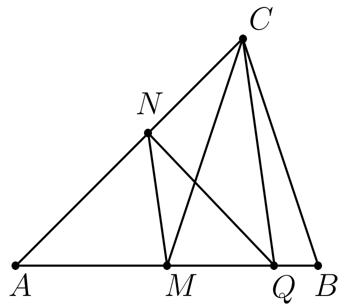
11. От двете страни на три картончета Петър записал по едно число. Шестте числа са различни и сборът от двете числа на всяко картонче е един и същ. Петър сложил картончетата на масата така: $\boxed{24}$ $\boxed{59}$ $\boxed{38}$. Оказало се, че трите числа, които не се виждат, са прости. Кое е най-голямото от скритите числа?

Отговор: 37. Числата на гърба на 24 и 38 са с еднаква четност, различни са и са прости. Следователно те са нечетни, а оттук сборът от числата на всяка картичка е нечетен. Тогава простото число на гърба на 59 е 2. Сборът е 61 и най-голямото от скритите числа е $61 - 24 = 37$.

12. Хари Потър получил кутия с 93 бонбона, някои от които с вкус на карамел, а останалите – с вкус на спанак. Той изял 20% от карамелените и 25% от спаначените бонбони. Оказало се, че точно половината от останалите бонбони са карамелени. Общо колко бонбона е изял Хари Потър?

Отговор: 21. Нека карамелените бонбони са x, а спаначените са y. Тъй като 80% от карамелените са колкото 75% от спаначените бонбони, то $16x = 15y$. Освен това $x + y = 93$ и намираме $x = 45$, $y = 48$. Оттук намираме, че Хари Потър е изял $9 + 12 = 21$ бонбона.

13. Точката M е среда на страната AB на триъгълника ABC. Лицето на $\triangle ABC$ е 120 кв.см, а точката N на страната AC е такава, че лицето на $\triangle AMN$ е 40 кв.см. Отсечката CQ е успоредна на MN.



Колко квадратни сантиметра е лицето на $\triangle MNQ$?
Отговор: 24. Тъй като CQ е успоредна на MN, то $S_{MNQ} = S_{MNC}$. Тъй като M е среда на страната AB, то $S_{AMC} = \dfrac{1}{2}S_{ABC} = 60$ кв.см. Тогава $S_{MNC} = S_{AMC} - S_{AMN} = 60 - 36 = 24$ кв.см.

14. В турнир по футбол участвали 4 отбора, като всеки изиграл срещу всеки по една среща. За победа се получават 3 точки, за равен резултат 1 точка и за загуба 0 точки. В крайното класиране всички отбори събрали различен брой точки, като класираните на първите две места нямали загуба. С колко точки е отборът, класиран на първо място?
Отговор: 7. Да означим отборите според класирането А,Б,В,Г. Тъй като А и Б нямат загуба, то срещата между тях е завършила реми. Ако А има още две ремита , той не може да е първи, защото има 3 точки. Тогава А има или две победи, или една победа и едно реми. Ако А има една победа и едно реми, то Б трябва да има две ремита (за да има по-малко точки от А и за да няма загуба) и следователно Б има 3 точки. Тогава, ако В и Г са завършили реми, единият от тях има 3 точки, а ако някой от тях е победил, той има 4 или 5 точки и значи повече от точките на втория Б. Значи А има две победи (освен равенството с Б) и точките му са 7.

15. Да се намери числото n, ако е известно, че точно три от числата 56, 117, 234, 385, 1859 се делят на n.
Отговор: 13. Числата са: 7.8, 9.13, 2.9.13, 5.7.11 и 11.13^2. Ако едно просто число дели n, то трябва да се среща в поне 3 от числата. Такова число е само 13.

Задачите от тази тема са предложени от Емил Колев.