

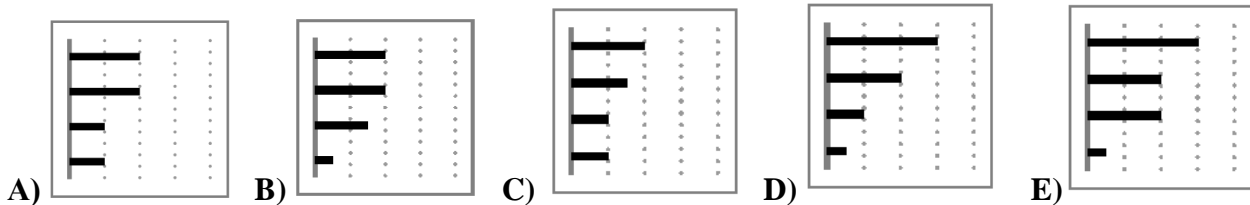
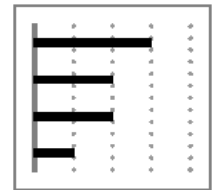
Национално състезание “Европейско Кенгуру”

17 март 2022 г.

ТЕМА за 9 - 12 клас

След всяка от първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Смартфонът на Христо регистрира времето за ползване на четири приложения. Чрез дължините на отсечките вдясно е показано времетраенето на всяко от приложенията през миналата седмица. Тази седмица Христо намалил наполовина ползването на точно две приложения. Коя от диаграмите по-долу регистрира ползването на приложенията през тази седмица?



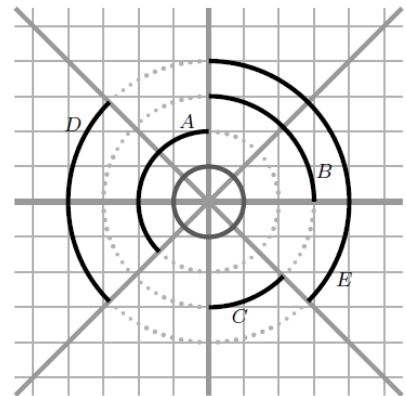
2. Каква е вероятността произволно избрано трицифрено число да се дели на 13?

- A) $\frac{17}{225}$ B) $\frac{23}{300}$ C) $\frac{7}{90}$ D) $\frac{76}{999}$ E) $\frac{77}{999}$

3. Подреждаме по големина естествените числа от 2 до 2022 включително, които се записват само с цифрите 0 и 2. Кое число е по средата?

- A) 200 B) 202 C) 220 D) 222 E) 2000

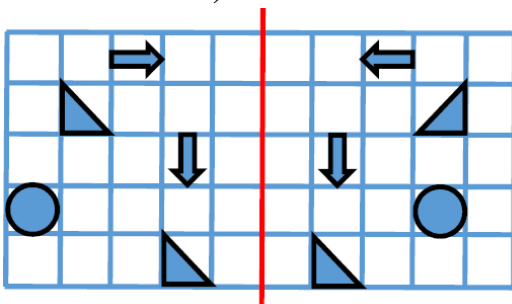
4. На чертежа четири концентрични окръжности пресичат раменете на 8 равни ъгъла. Коя от надобелените дъги A, B, C, D или E има дължина, равна на дължината на окръжността с най-малък радиус?



- A) A B) B C) C D) D E) E

5. Нека за реалните числа a , b и c е изпълнено $abc \neq 0$, като числата $-2a^4b^3c^2$ и $3a^3b^5c^{-4}$ са с еднакви знаци. Кое от неравенствата по-долу е вярното?

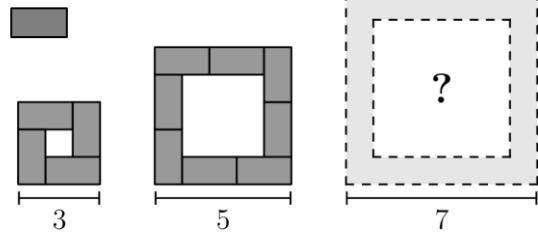
- A) $ab > 0$ B) $b < 0$ C) $c > 0$
D) $bc > 0$ E) $a < 0$



6. Ако сгънем листа през средата, както е показано, колко фигури от лявата част ще съвпадат с фигури от дясната част на листа?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. С помощта на фигури 2×1 от показания вид са аранжирани три квадрата, дължините на страните на които са измерени с ширината на една фигура. Колко фигури са използвани за третия квадрат?



- A) 10 B) 12 C) 16 D) 32 E) 2^{14}

8. Показана е част от таблица за умножение, във всяко квадратче на която стои произведението на числата от реда и стълба, в които се намира това квадратче. Като използвате означенията вдясно, намерете стойността на x , ако $x > y$ са естествени числа.

	x	$x+1$
y		
$y+1$		77

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 11

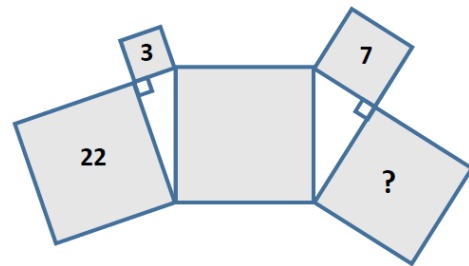
9. За председател на ученическия съвет има петима кандидати. Предварителните резултати след преброяване на 90% от подадените гласове са показани в таблицата по-долу:

Алекс	Белла	Васил	Диана	Емил
14	11	10	8	2

Колко от кандидатите имат шанс да спечелят вота?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. Пет квадрата и два правоъгълни триъгълника са аранжирани по показания начин. Числата 3, 7 и 22 са лицата на три от квадратите в квадратни метри. Колко е лицето на квадрата с въпросителния знак?

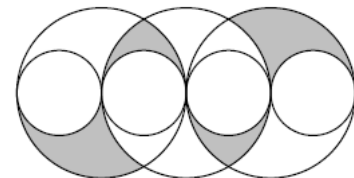


- A) 19 m^2 B) 18 m^2 C) 17 m^2 D) 16 m^2 E) 15 m^2

11. Кой е най-големият общ делител на числата $2^{2021} + 2^{2022}$ и $3^{2021} + 3^{2022}$?

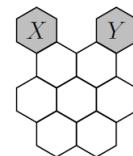
- A) 2^{2021} B) 1 C) 2 D) 6 E) 12

12. Фигурата вдясно е съставена от 3 еднакви големи кръга и 4 по-малки еднакви кръгчета. Ако радиусът на малките кръгчета е 1 cm, колко е лицето на оцветената част от фигурата?



- A) $\pi \text{ cm}^2$ B) $2\pi \text{ cm}^2$ C) $3\pi \text{ cm}^2$ D) $4\pi \text{ cm}^2$ E) $6\pi \text{ cm}^2$

13. По-колко различни начина може една пчеличка да стигне от клетката X до клетката Y, като посещава всички клетки точно по веднъж и преминава от клетка в клетка само ако двете клетки имат обща страна?

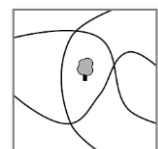


- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

14. Навършените години на шестима братя и сестри са последователни естествени числа. Кое от посочените по-долу числа не може да е сбор от годините, които са получените шест отговора на въпроса „На колко години е най-възрастния от братята и сестрите ти?“

- A) 95 B) 125 C) 167 D) 205 E) 233

15. Всяка от показаните три алеи свързва точки от срещуположни страни на парка вдясно. В един от получените по този начин 7 района е засадено дърво. Колко дървета най-малко трябва да се засадят допълнително, за да има по един и същ брой дървета от двете страни на всяка алея?



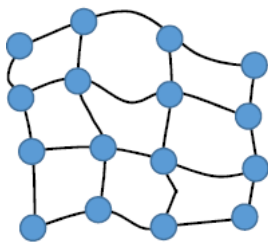
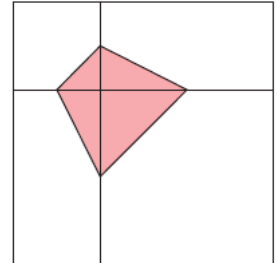
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

16. Заек и таралеж бягат с постоянни скорости, съответно 10 m/sec и 1 m/sec, на кръгова писта с дължина 550 m. Те стартират едновременно в различни посоки и след като се срещнат, таралежът тръгва обратно. Колко секунди след заека таралежът ще стигне до стартовата линия?

- A) 45 B) 50 C) 55 D) 100 E) 505

17. Фигурата вдясно се състои от два квадрата и два еднакви правоъгълника. Върховете на оцветения четириъгълник са средите на страни на квадратите. Ако лицето му е 3 dm^2 , колко квадратни дециметра е лицето на неочетената част.

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

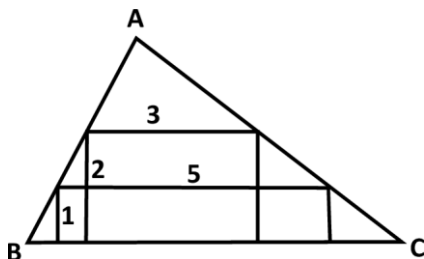
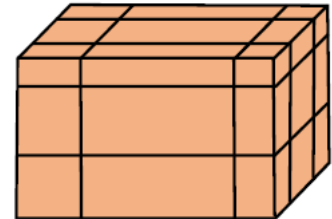


18. Картата вляво показва регион от 16 града, свързани с пътища. В някои от градовете трябва да се построят електроцентрали, така че всяка от тях да захранва града, в който се намира, както и градовете, до които има директен път. Колко най-малко електроцентрали трябва да се построят?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

19. Правоъгълен паралелепипед с лице на повърхнината S е разрязан на 27 паралелепипеда с помощта на 6 равнини, успоредни на стените му. Колко е сборът от повърхнините на получените паралелепипеда?

- A) $2S$ B) $2,5S$ C) $3S$ D) $4S$ E) не може да се определи



20. В даден $\triangle ABC$ са вписани два правоъгълника с размери 1×5 и 2×3 , както е показано вляво. Колко е дължината на височината на триъгълника от върха A ?

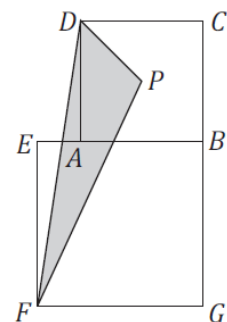
- A) 4 B) 3,5 C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{6}{5}$ E) не може да се определи

21. Ако N е естествено число, колко са естествените числа между $\sqrt{N^2 + N + 1}$ и $\sqrt{9N^2 + N + 1}$?

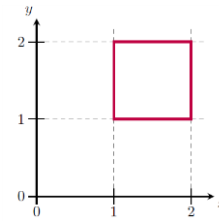
- A) $N + 1$ B) $2N - 1$ C) $2N$ D) $2N + 1$ E) $3N$

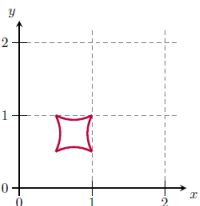
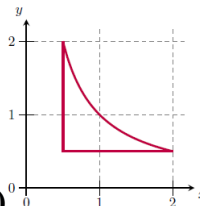
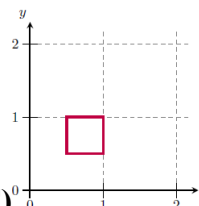
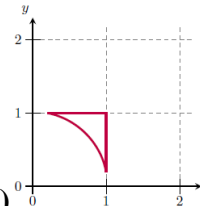
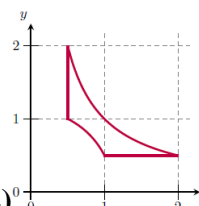
22. Диагоналите на квадратите $ABCD$ и $EFGB$ имат дължини съответно 7 cm и 10 cm. Ако точката P е центърът на квадрата $ABCD$, колко е лицето на триъгълник FPD ?

- A) $14,5 \text{ cm}^2$ B) 15 cm^2 C) $15,75 \text{ cm}^2$
D) $16,5 \text{ cm}^2$ E) $17,5 \text{ cm}^2$

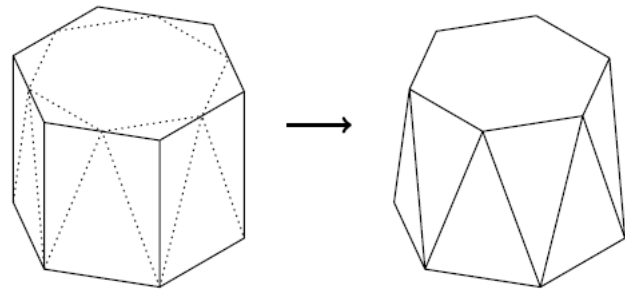


23. В правоъгълна координатна система е разположен квадрат, както е показано вдясно. Всяка точка $(x; y)$ от квадрата е преместена в точката $\left(\frac{1}{x}; \frac{1}{y}\right)$. Коя е получената фигура?



- A)  B)  C)  D)  E) 

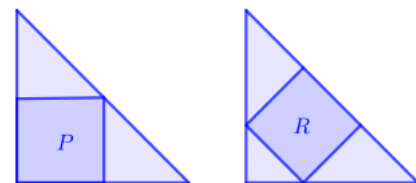
24. От правилна шестоъгълна призма през средите на горните основни ръбове са изрязани горните върхове, както е показано. От горната основа се получава по-малък правилен шестоъгълник, а изрязаните части са 6 еднакви пирамиди, чиито върхове са върхове на дадената призма. Каква част от обема на призмата е премахната?



- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$ E) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$

За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгурото задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. Вдясно са показани два еднакви правоъгълни равнобедрени триъгълника, в които са вписани квадрати с лица P и R . Намерете R , ако $P = 45$.



26. Дадена е редицата a_n , за която $0 < a_1 < 1$, като за всяко $n \geq 1$ е изпълнено $a_{2n} = a_2 a_n + 1$ и $a_{2n+1} = a_2 a_n - 2$. Ако $a_7 = 2$, колко е a_2 ?