

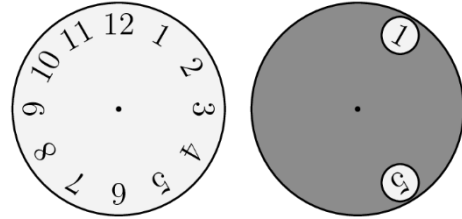
Национално състезание “Европейско Кенгуру”

16 март 2023 г.

ТЕМА за 9 - 12 клас

След всяка от първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици. **ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!**

1. Затъмненият кръг е с две дупки, както е показано вдясно. Ако се завърти, така че в една от дупките да се вижда числото 10, кое число ще се вижда в другата дупка?



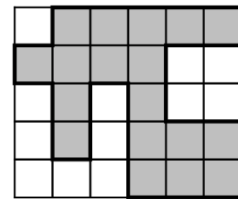
- A) 2 или 6 B) 3 или 7 C) 1 или 9
D) 3 или 6 E) 2 или 7

2. Сумата от годините на едно 5-членно семейство е 80. Двамата най-млади са на 6 и 8 години. Колко е била сумата от годините на това семейство преди 7 години?

- A) 35 B) 36 C) 45 D) 46 E) 66

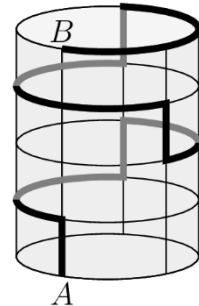
3. Правоъгълникът вдясно е разделен на 30 еднакви квадратчета, както е показано. Колко е лицето му, ако периметърът на затъмнената част е 240 cm ?

- A) 480 cm^2 B) 750 cm^2 C) 1152 cm^2
D) 1920 cm^2 E) 2430 cm^2



4. Височината на цилиндъра вдясно е 15 cm , а обиколката на основата му е 30 cm . Мравка се движи от точка A до точка B по показания маршрут, като хоризонтално преминава по части от окръжности успоредни на основата. Колко сантиметра е изминала мравката?

- A) 45 B) 55 C) 60
D) 65 E) 75

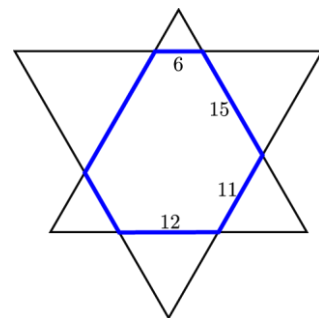


5. Коя е последната цифра на произведението $(5^5 + 2021)(5^{10} + 2023)(5^{15} + 2027)$?

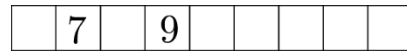
- A) 1 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

6. Два равностранни триъгълника са поставени един върху друг, така че страните им са успоредни. На чертежа са отбелязани дължините на някои от страните на получения при застъпването шестоъгълник. Колко е периметърът на шестоъгълника?

- A) 72 B) 70 C) 68
D) 66 E) 64



7. Всяка от цифрите от 1 до 9 включително се поставя точно в едно от квадратчетата, така че всяко трицифрено число, получено от три последователни квадратчета, да се дели на 3. Цифрите 7 и 9 са на местата си. По-колко различни начина може да се попълнят останалите квадратчета?

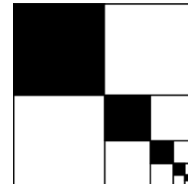


- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

8. Колко двойки естествени числа x и y са решения на уравнението $x + 2y = 2^{10}$?

- A) $2^9 - 1$ B) 2^9 C) $2^9 + 1$ D) $2^9 + 2$ E) 0

9. Квадрат с лице 84 е разделен на 4 еднакви квадрата, като горният ляв квадрат е оцветен в черно. Долният десен квадрат също е разделен на 4 еднакви квадрата и горният ляв е оцветен в черно. Този процес продължава безброй много пъти. Колко е лицето на оцветената в черно част от първоначално дадения квадрат?



- A) 24 B) 28 C) 31 D) 35 E) 42

10. След изиграни 200 партии шах могат печеливш процент е точно 49%. Колко най-малко допълнителни игри трябва да изиграе, за да увеличи печелившия си процент точно на 50%?

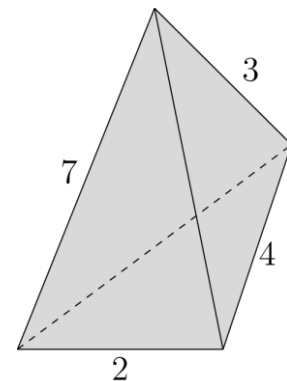
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. Жени се опитва да пести вода. Тя намалила времето за взимане на душ с една четвърт. Допълнително намалила и налягането на водата, когато си взима душ, с още една четвърт. Коя от дробите показва с каква част е намалила потреблението на вода Жени, докато си взима душ? (Предполагаме, че количеството употребявана вода е пропорционално на времето, за което се употребява това количество.)

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{7}{16}$
 D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{5}{8}$

12. Дължините на ръбовете на триъгълна пирамида са цели числа. Четири от тези дължини са показани на чертежа. Колко е сборът от дължините на другите два ръба?

- A) 9 B) 10 C) 11
 D) 12 E) 13

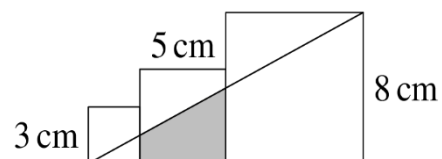


13. Въже с дължина 95 m се разрязва последователно на три части, така че дължината на всяка следваща част при разрязването е с 50% по-дълга от дължината на предишната. Колко е дължината на най-дългата част?

- A) 20 m B) 30 m C) 35 m D) 45 m E) 48 m

14. Фигурата вдясно се състои от три квадрата с дължини на страните съответно 3 cm, 5 cm и 8 cm. Колко е лицето на затъмнения трапец?

- A) 13 cm^2 B) $13,75 \text{ cm}^2$ C) $15,25 \text{ cm}^2$
 D) $16,25 \text{ cm}^2$ E) $17,25 \text{ cm}^2$



15. Ще наричаме едно двуцифрено число „нестепенно“, ако никоя от цифрите му не е точна степен (различна от първа) на естествено число. Например 53 е „нестепенно“, но числото 54 не е „нестепенно“, защото $4 = 2^2$. Каква е вероятността произволно избрано двуцифрено число да е „нестепенно“?

- A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{7}{15}$

16. Графиката на функцията $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ минава през постоянна точка, независимо от стойността на параметъра a . Колко е сумата от координатите на тази точка?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

17. Дадена е редицата a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 със сума S на членовете ѝ. Ако за всяко $1 \leq k \leq 5$ е изпълнено $a_k = k + S$, колко е стойността на S ?

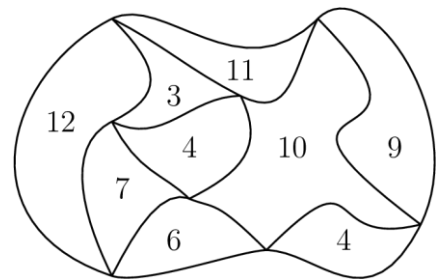
- A) 3,75 B) -3,75 C) -15 D) 15 E) -7,5

18. На един ред в киното седят 23 животни – бобри или кенгурута. Поне един от съседите на всяко животно е кенгуру. Колко най-много са бобрите?

- A) 7 B) 8 C) 10 D) 11 E) 12

19. Вдясно е показана картата на голям парк, който е разделен на няколко части с отбелязани обиколки в километри на всяка от тях. Колко километра е обиколката на целия парк?

- A) 22 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

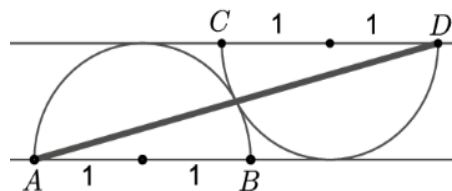


20. Колко от делителите на числото $2^{20} \cdot 3^{23}$ не са делители на числото $2^{10} \cdot 3^{20}$?

- A) 460 B) 273 C) 231 D) 30 E) 13

21. На чертежа са изобразени два допиращи се полукръга с радиус 1 и успоредни диаметри AB и CD . Колко е дължината на разстоянието AD , повдигната на квадрат?

- A) 16 B) $8 + 4\sqrt{3}$ C) 12
D) 9 E) $5 + 2\sqrt{3}$



22. Първоначално „КЕНГУРУ“ машината отпечатва числата 2, 0, 2, 3 и продължава да отпечатва нови числа. Всяко отпечатано число е най-малкото неотрицателно цяло число, което е различно от отпечатаните преди него четири числа. Кое число ще отпечата машината на 2023-о място, като се броят и първоначалните четири числа?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

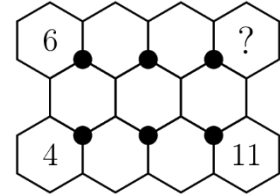
23. Част от полинома от 5-та степен вдясно е зацапана с мастило. Ако всички нули на полинома са цели числа, коя е най-високата степен k на двучлена $(x-1)$, за която $(x-1)^k$ е делител на дадения полином?

$$x^5 - 11x^4 + \text{[мастило]} - 7$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

24. Числата от 1 до 11 са разположени в шестоъгълните клетки, така че сумата на всеки три числа около черните точки е една и съща. Три от числата са на местата си. Кое число може да се постави на мястото на въпросителния знак?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9



За да разграничи участниците с равен брой точки, Кенгурото задава две допълнителни задачи, които изискват посочване на числов отговор.

25. В правоъгълна координатна система е даден правоъгълник с върхове в точките $(0;0), (100;0), (100;50), (0;50)$, както и кръг с център в точката $(75;30)$ и радиус 10. Намерете ъгловия коефициент на правата, която разделя лицето на фигурата, съставена от правоъгълника и кръга, на две равни части?

26. Произведението на шест последователни естествени числа е 12-цифрено число от вида $\overline{abbcdcdabb}$, където a, b, c и d са последователни цифри в някакъв ред. Коя е цифрата d ?